



试卷类型：公共课

湖南省普通高等教育专升本统一考试

高等数学试题（三）

本试卷分为第 I 卷和第 II 卷两部分，共 6 页。满分 100 分，考试时间 120 分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

- 1. 答题前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、考生号、座号填写到试卷规定的位置上，并将姓名、考生号、座号填（涂）在答题卡规定的位置。
2. 第 I 卷每小题选出答案后，用 2B 笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，答在本试卷上无效。
3. 第 II 卷答题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸修正带。不按以上要求作答的答案无效。

第 I 卷

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 已知函数 f(x)=x，则 f[f(1/x)] = ()

- A. x B. x^2 C. 1/x D. 1/x^2

【答案】C

【解析】因为 f(x)=x，则 f(1/x)=1/x，所以 f[f(1/x)]=f(1/x)=1/x，故应选 C。

2. 已知函数 f(x)=x^8-x^4，则 f(x) 是 ()

- A. 奇函数 B. 偶函数
C. 非奇非偶函数 D. 无法判断

【答案】B

【解析】由于 f(-x)=(-x)^8-(-x)^4=x^8-x^4=f(x)，故 f(x) 为偶函数，故应选 B。

3. 已知函数 f(x)=x^(1/2)，则 f(x) 的定义域是 ()

- A. (0,+∞) B. [0,+∞) C. (-∞,0) D. (-∞,0]

【答案】B

【解析】由 f(x)=x^(1/2)=√x，可知 f(x) 的定义域是 [0,+∞)，故应选 B。

4. 已知极限 lim(x->0) sin(mx)/x = 2，则可确定 m 的值是 ()

- A. 1 B. 2 C. 1/2 D. 0

【答案】B

【解析】由于 lim(x->0) sin(mx)/x = lim(x->0) mx/x = m = 2，故应选 B。

5. 当 x->0 时，若 2a-cos x ~ 1/2 x^2，则可确定 a 的值一定是 ()

- A. 0 B. 1 C. 1/2 D. -1/2

【答案】C

【解析】由 2a-cos x ~ 1/2 x^2 (x->0)，由等价无穷小可知，1-cos x ~ 1/2 x^2 (x->0)，故 2a=1，故 a=1/2，故应选 C。

6. 下列极限存在的是 ()

座号: 姓名: 考生号:

线 封 密

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2}$

B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2^x - 1}$

C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$

D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^2+2}{x}}$

【答案】A

【解析】由于 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{1} = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2^x - 1} = \infty$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty$,

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^2+2}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \frac{2}{x}} = \infty, \text{ 故应选 A.}$$

7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{a \sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 处, 下列结论正确的是 ()

- A. $a=1$ 时, $f(x)$ 必然连续 B. $a=0$ 时, $f(x)$ 必然连续
C. $a=1$ 时, $f(x)$ 不连续 D. $a=-1$ 时, $f(x)$ 必然连续

【答案】A

【解析】由于 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \sin x}{x} = a$, 又知 $f(0)=1$, 故 $a=1$ 时, $f(x)$ 必连续, 故应选 A.

8. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\sin^3 x}$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 0 D. ∞

【答案】A

【解析】由于 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\sin^3 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}x^2}{3x^2} = \frac{1}{6}$, 故应选 A.

9. 已知函数 $f(x) = (x-a)g(x)$, 其中 $g(x)$ 在点 $x=a$ 处可导, 则 $f'(a) =$ ()

- A. 0 B. $g'(a)$ C. $g(a)$ D. $f(a)$

【答案】C

【解析】由于 $f'(a) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(a+x) - f(a)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xg(a+x) - 0}{x} = g(a)$, 故应选 C.

10. 已知函数 $f(x) = |x|$, 则该函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处 ()

- A. 连续且可导 B. 不连续
C. 连续但不可导 D. 左右导数均不存在

【答案】C

【解析】由于 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0 = f(0)$, 故 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续;

$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = -1$, $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1$, 所以 $f(x)$ 在 $x=0$ 处不可导, 故应选 C.

第 II 卷

二、填空题 (本大题共 5 小题, 每空 4 分, 共 20 分)

11. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{3n^2+1} \sin \sqrt{n^2+1} =$ _____.

【答案】0

【解析】由于 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{3n^2+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}}{3 + \frac{1}{n^2}} = 0$, 故 $\frac{n+1}{3n^2+1}$ 为 $n \rightarrow \infty$ 时的无穷小量, 又 $\sin \sqrt{n^2+1}$ 为有界变量, 故 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{3n^2+1} \sin \sqrt{n^2+1} = 0$.

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \neq 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}$, 则点 $x=1$ 是 $f(x)$ 的 _____ 间断点.

【答案】可去

【解析】由于 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2$ ，而 $f(1) = 1$ ，故 $x=1$ 是 $f(x)$ 的可去间断点。

13. 不定积分 $\int \cos(3x+2)dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{1}{3}\sin(3x+2) + C$

【解析】 $\int \cos(3x+2)dx = \frac{1}{3} \int \cos(3x+2)d(3x+2) = \frac{1}{3}\sin(3x+2) + C$.

14. 定积分 $\int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】2

【解析】 $\int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx = 2 \int_0^\pi \sin \frac{x}{2} d \frac{x}{2} = -2 \cos \frac{x}{2} \Big|_0^\pi = -2(0-1) = 2$.

15. 已知函数 $z = \ln(x^2 + y^2)$ ，则全微分 $dz|_{(1,1)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $dx + dy$

【解析】 $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2x}{x^2 + y^2}$ ， $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^2 + y^2}$ ，则 $dz|_{(1,1)} = \frac{2x}{x^2 + y^2} \Big|_{(1,1)} dx + \frac{2y}{x^2 + y^2} \Big|_{(1,1)} dy = dx + dy$.

三、计算题（本大题共 5 小题，每题 10 分，共 50 分）

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$.

【答案】 e

【解析】 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{\sin x} \cdot \frac{\sin x}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}} = e$.

17. 已知函数 $f(x)$ 为可导函数，且 $f(x) \neq 0$ ，求函数 $y = \sqrt{f(x)}$ 的导数.

【答案】 $\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

【解析】 $y' = \frac{1}{2} [f(x)]^{-\frac{1}{2}} \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$.

18. 计算不定积分 $\int \frac{x dx}{x^2 + 1}$.

【答案】 $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$

【解析】原式 $= \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$.

19. 计算定积分 $\int_0^1 \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} d\sqrt{x}$.

【答案】1

【解析】令 $\sqrt{x} = t$ ，则 $x = t^2$ ， $d\sqrt{x} = dt$ ，当 $x=0$ 时， $t=0$ ；当 $x=1$ 时， $t=1$.

原式 $= \int_0^1 t e^t dt = \int_0^1 t d e^t = t e^t \Big|_0^1 - \int_0^1 e^t dt = e - (e-1) = 1$.

20. 计算由曲线 $x=0$ ， $y=e^x$ ， $y=e$ 所围成的平面图形的面积.

【答案】1

【解析】所求平面图形的面积

$$S = \int_0^1 (e - e^x) dx = (ex - e^x) \Big|_0^1 = (e - e) - (0 - 1) = 1.$$