初等数学基础知识

一、三角函数

1. 公式

同角三角函数间的基本关系式：

·平方关系：

$\sin^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1$; $\tan^2(\alpha)+1=\sec^2(\alpha)$; $\cot^2(\alpha)+1=\csc^2(\alpha)$

·商的关系：

$\tan\alpha=\sin\alpha/\cos\alpha$ $\cot\alpha=\cos\alpha/\sin\alpha$

·倒数关系：

$\tan\alpha\cdot\cot\alpha=1$; $\sin\alpha\cdot\csc\alpha=1$; $\cos\alpha\cdot\sec\alpha=1$

三角函数恒等变形公式：

·两角和与差的三角函数：

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta$

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta\pm\cos\alpha\cdot\sin\beta$

$\tan(\alpha+\beta)=(\tan\alpha+\tan\beta)/(1-\tan\alpha\cdot\tan\beta)$

$\tan(\alpha-\beta)=(\tan\alpha-\tan\beta)/(1+\tan\alpha\cdot\tan\beta)$

倍角公式：

$\sin(2\alpha)=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

$\cos(2\alpha)=\cos^2(\alpha)-\sin^2(\alpha)=2\cos^2(\alpha)-1=1-2\sin^2(\alpha)$

$\tan(2\alpha)=2\tan\alpha/[1-\tan^2(\alpha)]$

·半角公式：

$\sin^2(\alpha/2)=(1-\cos\alpha)/2$

$\cos^2(\alpha/2)=(1+\cos\alpha)/2$

$\tan^2(\alpha/2)=(1-\cos\alpha)/(1+\cos\alpha)$

$\tan(\alpha/2)=\sin\alpha/(1+\cos\alpha)=(1-\cos\alpha)/\sin\alpha$

·万能公式：

$\sin\alpha=2\tan(\alpha/2)/[1+\tan^2(\alpha/2)]$

$\cos\alpha=[1-\tan^2(\alpha/2)]/[1+\tan^2(\alpha/2)]$

$\tan\alpha=2\tan(\alpha/2)/[1-\tan^2(\alpha/2)]$

·积化和差公式：

$\sin\alpha\cdot\cos\beta=(1/2)[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$

$\cos\alpha\cdot\sin\beta=(1/2)[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$

$\cos\alpha\cdot\cos\beta=(1/2)[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$

sinα·sinβ=-(1/2)[cos(α+β)-cos(α-β)]

·和差化积公式：

sinα+sinβ=2sin[(α+β)/2]cos[(α-β)/2]

sinα-sinβ=2cos[(α+β)/2]sin[(α-β)/2]

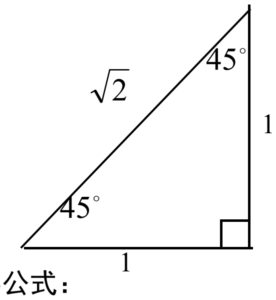
cosα+cosβ=2cos[(α+β)/2]cos[(α-β)/2]

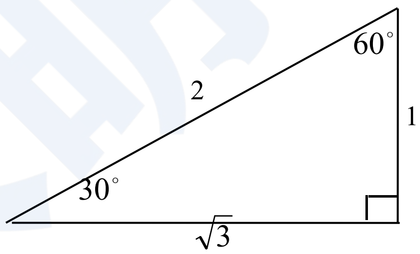
cosα-cosβ=-2sin[(α+β)/2]sin[(α-β)/2]

2．特殊角的三角函数值

θ / $f(\theta)$	0（0°）	$\frac{\pi}{6}$ (30°)	$\frac{\pi}{4}$ (45°)	$\frac{\pi}{3}$ (60°)	$\frac{\pi}{2}$ (90°)
$\cos\theta$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
$\sin\theta$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\tan\theta$	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在
$\cot\theta$	不存在	$\sqrt{3}$	1	$1/\sqrt{3}$	0

只需记住这两个特殊的直角三角形的边角关系，依照三角函数的定义即可推出上面的三角值。





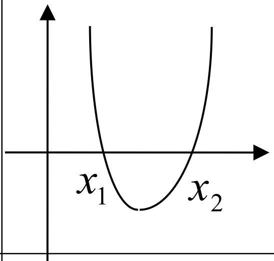
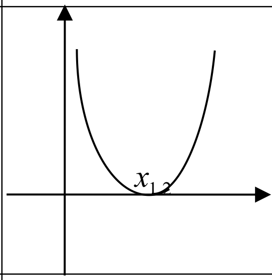
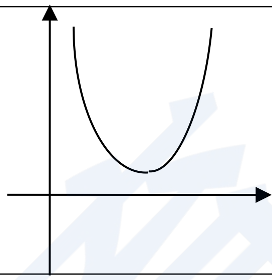
3 诱导公式：

函数 / 角 A	sin	cos	tg	ctg
-α	-sinα	cosα	-tgα	-ctgα
90°-α	cosα	sinα	ctgα	tgα
90°+α	cosα	-sinα	-ctgα	-tgα
180°-α	sinα	-cosα	-tgα	-ctgα
180°+α	-sinα	-cosα	tgα	ctgα
270°-α	-cosα	-sinα	ctgα	tgα
270°+α	-cosα	sinα	-ctgα	-tgα
360°-α	-sinα	cosα	-tgα	-ctgα
360°+α	sinα	cosα	tgα	ctgα

记忆规律： 竖变横不变（奇变偶不变），符号看象限（一全，二正弦割，三切，四余弦割

即第一象限全是正的，第二象限正弦、正割是正的，第三象限正切是正的，第四象限余弦、余割是正的）

二、一元二次函数、方程和不等式

$\Delta=b^2-4ac$		$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
一元二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$				
一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$		有二互异实根 $x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	有二相等实根(有一根) $x_{1,2}=-\dfrac{b}{2a}$	无实根
一元二次不等式 $(a>0)$	$ax^2+bx+c>0$	$(x_1<x_2)$ $x<x_1$或$x>x_2$	$x\neq-\dfrac{b}{2a}$	$x\in R$
	$ax^2+bx+c<0$	$x_1<x<x_2$	$x\in\Phi$	$x\in\Phi$

三、因式分解与乘法公式

$(1)a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$(2)a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$(3)a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

$(4)a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$(5)a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$(6)a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$

$(7)a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$

$(8)a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=(a+b+c)^2$

$(9)a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1}),(n\geq2)$

四、等差数列和等比数列

1. 等差数列

通项公式：$a_n = a_1 + (n-1)d$

前n项和公式 $S_n = \dfrac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 或 $S_n = na_1 + \dfrac{n(n-1)}{2}d$

2. 等比数列(GP)

通项公式 $a_n = a_1 q^{n-1}$ $(a_n \neq 0，q \neq 0)$

前n项和公式.

$$S_n = \begin{cases} \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q} & (q \neq 1) \\ na_1 & (q = 1) \end{cases}$$

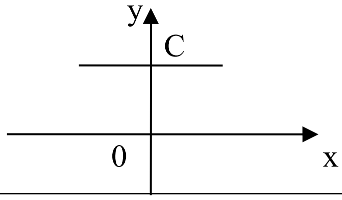
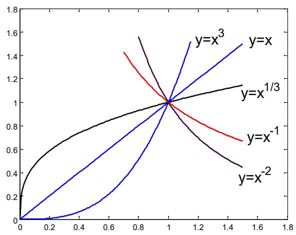
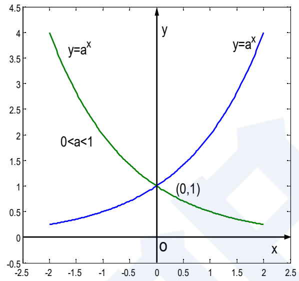
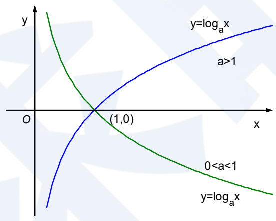
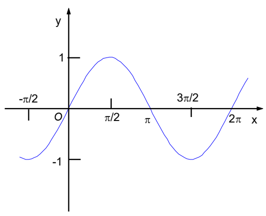
五、常用几何公式

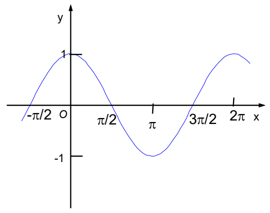
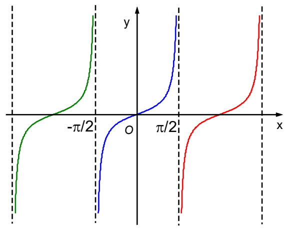
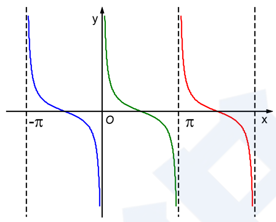
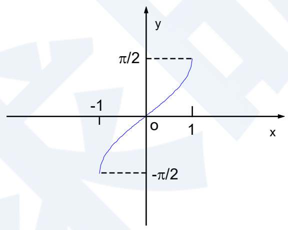
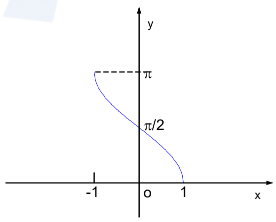
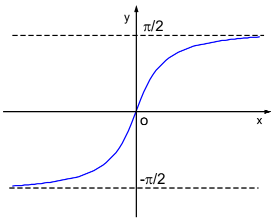
平面图形		
名称	符号	周长 C 和面积 S
正方形	a—边长	C＝4a S＝a^2
长方形	a 和 b－边长	C＝2(a+b) S＝ab
三角形	a,b,c－三边长 h－a 边上的高 s－周长的一半 A,B,C－内角 其中 s＝(a+b+c)/2	S＝ah/2 ＝ab/2·sinC ＝$[s(s-a)(s-b)(s-c)]^{1/2}$ ＝a^2sinBsinC/(2sinA)
平行四边形	a,b－边长 h－a 边的高 α－两边夹角	S＝ah ＝absinα
菱形	a－边长 α－夹角 D－长对角线长 d－短对角线长	S＝Dd/2 ＝a^2sinα
梯形	a 和 b－上、下底长 h－高 m－中位线长	S＝(a+b)h/2 ＝mh
圆	r－半径	C＝πd＝2πr

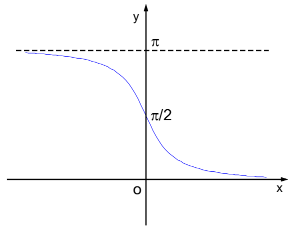
	d－直径	$S=\pi r^2$ $=\pi d^2/4$
扇形	r—扇形半径 a—圆心角度数	$C=2r+2\pi r\times(a/360)$ $S=\pi r^2\times(a/360)$
圆环	R－外圆半径 r－内圆半径 D－外圆直径 d－内圆直径	$S=\pi(R^2-r^2)$ $=\pi(D^2-d^2)/4$
椭圆	D－长轴 d－短轴	$S=\pi Dd/4$

立方图形		
名称	符号	表面积 S 和体积 V
正方体	a－边长	$S=6a^2$ $V=a^3$
长方体	a－长 b－宽 c－高	$S=2(ab+ac+bc)$ $V=abc$
圆柱	r－底半径 h－高 C—底面周长 $S_{底}$—底面积 $S_{侧}$—侧面积 $S_{表}$—表面积	$C=2\pi r$ $S_{底}=\pi r^2$ $S_{侧}=Ch$ $S_{表}=Ch+2S_{底}=Ch+2\pi r^2$ $V=S_{底}h=\pi r^2h$
圆锥	r－底半径 h－高	$V=\pi r^2h/3$
球	r－半径 d－直径	$V=4/3\pi r^3$ $=\pi d^3/6$ $S=4\pi r^2$ $=\pi d^2$

基本初等函数

名称	表达式	定义域	图　　形	特　性
常数函数	$y=C$	R		
幂函数	$y=x^{\mu}$	随 μ 而异，但在 R^{+} 上均有定义		过点(1，1)； $\mu>0$ 时在 R^{+} 单增； $\mu<0$ 时在 R^{+} 单减.
指数函数	$y=a^{x}$ $a>0$ $a\neq1$	R		$y>0$. 过点 $(0,1)$. $a>1$ 单增. $0<a<1$ 单减. $a^{m}\cdot a^{n}=a^{m+n},\dfrac{a^{m}}{a^{n}}=a^{m-n},\left(a^{m}\right)^{n}=a^{m\cdot n}$
对数函数	$y=\log_{a}x$ $a>0$ $a\neq1$	R^{+}		过点 $(1,0)$. $a>1$ 单增. $0<a<1$ 单减. $\log_{a}a=1,\log_{a}1=0,$ $M,N>0$ $\log_{a}(MN)=\log_{a}M+\log_{a}N,$ $\log_{a}\dfrac{M}{N}=\log_{a}M-\log_{a}N,$ $\log_{a}M^{p}=P\log_{a}M,$ $\log_{a}b=\dfrac{\log_{c}b}{\log_{c}a}(c>0,\neq1),$ $\log_{a}a^{x}=x(x>0)$ $a^{\log_{a}x}=x(x>0)$
正弦函数	$y=\sin x$	R		奇函数. $T=2\pi$. $\lvert y\rvert\leq1$.

余弦函数	$y=\cos x$	R		偶函数． $T=2\pi$． $\lvert y\rvert\le 1$．
正切函数	$y=\tan x$	$x\ne k\pi+\dfrac{\pi}{2}$ $k\in Z$		奇函数． $T=\pi$． 在每个周期内单增
余切函数	$y=\cot x$	$x\ne k\pi$， $k\in Z$		奇函数． $T=\pi$． 在每个周期内单减．
反正弦函数	$y=\arcsin x$	$[-1,1]$		奇函数． 单增． $-\dfrac{\pi}{2}\le y\le\dfrac{\pi}{2}$．
反余弦函数	$y=\arccos x$	$[-1,1]$		单减． $0\le y\le\pi$．
反正切函数	$y=\arctan x$	R		奇函数． 单增． $-\dfrac{\pi}{2}<y<\dfrac{\pi}{2}$．

反余切函数	$y=\operatorname{arc}\cot x$	R		单减. $0<y<\pi$.

极限的计算方法

一、初等函数:

1. $\lim C=C$（C是常值函数）

2. 若$\left|f(x)\right|\le M$（即$f(x)$是有界量），$\lim\alpha=0$（即α是无穷小量），$\Rightarrow \lim f(x)\cdot\alpha=0$,

特别: $f(x)=C\Rightarrow\quad \lim C\cdot\alpha=0$

3. 若$\left|f(x)\right|\le M$（即$f(x)$是有界量）$\Rightarrow \lim\dfrac{f(x)}{\infty}=0$,

特别: $f(x)=C\ (C\ne 0)\Rightarrow\quad \lim\dfrac{C}{\infty}=0$

4. $\lim\dfrac{C}{0}=\begin{cases}+\infty & C>0\\ -\infty & C<0\end{cases}$

5. 未定式

(1) $\dfrac{0}{0}$型

A.分子，分母含有相同的零因式，消去零因式

B.等价无穷小替换(常用$\sin x\sim x, e^x-1\sim x, \ln(x+1)\sim x$)

C.洛必达法则 ：要求$f'(x), g'(x)$存在，且$\lim\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$存在，此时，$\lim\dfrac{f(x)}{g(x)}=\lim\dfrac{f'(x)}{g'(x)}$

(2) $\dfrac{\infty}{\infty}$型

A.忽略掉分子，分母中可以忽略掉的较低阶的无穷大，保留最高阶的无穷大，再化简计算

B.分子，分母同除以最高阶无穷大后，再化简计算

C.洛必达法则.

(3) $\infty-\infty$型

通过分式通分或无理函数有理化，转化为"$\dfrac{0}{0}$"型或"$\dfrac{\infty}{\infty}$"型

(4) $0\cdot\infty$ 转化为$\begin{cases}\dfrac{\infty}{\frac{1}{0}}=\dfrac{\infty}{\infty}\\[2ex] \dfrac{0}{\frac{1}{\infty}}=\dfrac{0}{0}\end{cases}$

(5) 0^0型 $\xrightarrow{\text{求对数}} 0\cdot\infty$

(6) ∞^0型 $\xrightarrow{\text{求对数}} 0\cdot\infty$

(7) 1^∞型　通过 $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}=e$ 或求对数来计算.

二、分段函数： 分段点的极限用左，右极限的定义来求解.

基本初等函数的导数公式

(1)　$(C)'=0$， C 是常数

(2)　$(x^\alpha)'=\alpha x^{\alpha-1}$

(3)　$(a^x)'=a^x\ln a$，特别地，当 $a=e$ 时，$(e^x)'=e^x$

(4)　$(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$，　特别地，当 $a=e$ 时，$(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

(5)　$(\sin x)'=\cos x$

(6)　$(\cos x)'=-\sin x$

(7)　$(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}=\sec^2 x$

(8)　$(\cot x)'=-\dfrac{1}{\sin^2 x}=-\csc^2 x$

(9)　$(\sec x)'=(\sec x)\tan x$

(10)　$(\csc x)'=-(\csc x)\cot x$

(11)　$(\arcsin x)'=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(12)　$(\arccos x)'=-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(13)　$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$

(14)　$(\operatorname{arc}\cot x)'=-\dfrac{1}{1+x^2}$

基本初等函数的微分公式

(1)、$dc=0$(c 为常数)；

(2)、$d(x^\mu)=\mu x^{\mu-1}dx$ (μ 为任意常数)；

(3)、$d(a^x)=a^x\ln a dx$，特别地，当 $a=e$ 时，$d(e^x)=e^x dx$；

(4)、 $d(\log_a x)=\frac{1}{x\ln a}dx$，特别地，当 $a=e$ 时，$d(\ln x)=\frac{1}{x}dx$；

(5)、 $d(\sin x)=\cos xdx$；

(6)、 $d(\cos x)=-\sin xdx$；

(7)、 $d(\tan x)=\sec^2 xdx$；

(8)、 $d(\cot x)=-\csc^2 xdx$；

(9)、 $d(\sec x)=\sec x\tan xdx$；

(10)、 $d(\csc x)=-\csc x\cot xdx$；

(11)、 $d(\arcsin x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$；

(12)、 $d(\arccos x)=-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx$；

(13)、 $d(\arctan x)=\frac{1}{1+x^2}dx$；

(14)、 $d(arc\cot x)=-\frac{1}{1+x^2}dx$.

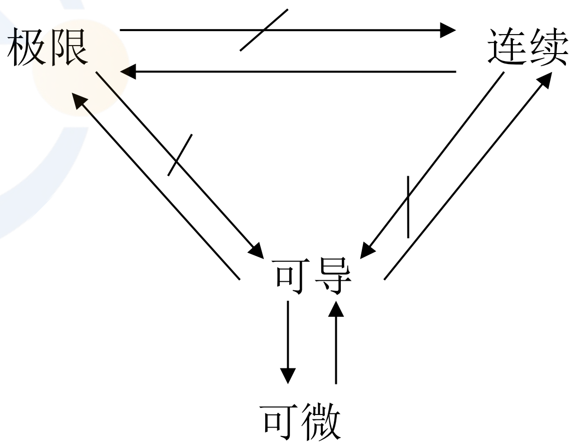
曲线的切线方程

$$y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$$

幂指函数的导数

$$\left[u(x)^{v(x)}\right]'=u(x)^{v(x)}\left(v'(x)\ln u(x)+v(x)\frac{u'(x)}{u(x)}\right)$$

极限、可导、可微、连续之间的关系



条件 A $\Rightarrow$ 条件 B，A 为 B 的充分条件

条件 B $\Rightarrow$ 条件 A，A 为 B 的必要条件

条件 A $\Leftrightarrow$ 条件 B，A 和 B 互为充分必要条件

边际分析

边际成本 $MC=C'(q)$；边际收益 $MR=R'(q)$；

边际利润 $ML=L'(q)$，$L'(q)=R'(q)-C'(q)=MR—MC$

弹性分析

$y=f(x)$ 在点 x_0 处的弹性，$\left.\dfrac{Ey}{Ex}\right|_{x=x_0}=\dfrac{x_0}{y_0}y'(x_0)$

特别的，需求价格弹性：$\dfrac{ED}{Ep}=-\dfrac{p}{D}D'(p)$

罗尔定理

若函数 $f(x)$ 满足：（1）在闭区间 $[a,b]$ 连续；

（2）在开区间 (a,b) 可导；

（3）$f(a)=f(b)$，则在 (a,b) 内至少存在一点 ξ，使 $f'(\xi)=0$.

拉格朗日定理

设函数 $f(x)$ 满足:

（1）在闭区间 $[a,b]$ 连续；

（2）在开区间 (a,b) 可导，

则在 (a,b) 上至少存在一点 ξ，使得 $f'(\xi)=\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

基本积分公式

(1) $\int 0\,dx=C$

(2) $\int k\,dx=kx+C$ （k为常数） 特别地：$\int dx=x+C$

(3) $\int x^{\mu}dx=\dfrac{x^{\mu+1}}{\mu+1}+C$ $(\mu\neq -1)$

(4) $\int \dfrac{1}{x}dx=\ln|x|+C$ （有时绝对值符号也可忽略不写）

(5) $\int a^{x}dx=\dfrac{a^{x}}{\ln a}+C$

(6) $\int e^{x}dx=e^{x}+C$

(7) $\int \cos x\,dx=\sin x+C$

(8) $\int \sin x\,dx=-\cos x+C$

(9) $\int \dfrac{dx}{\cos^2 x}=\int \sec^2 x\,dx=\tan x+C$

(10) $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = \int \csc^2 x dx = -\cot x + C$

(11) $\int \sec x \tan x dx = \sec x + C$

(12) $\int \csc x \cot x dx = -\csc x + C$

(13) $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C$ （或 $\int \frac{dx}{1+x^2} = -arc\cot x + C$ ）

(14) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C$ （或 $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = -\arccos x + C$ ）

(15) $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C$，

(16) $\int \cot x dx = \ln|\sin x| + C$，

(17) $\int \sec x dx = \ln|\sec x + \tan x| + C$，

(18) $\int \cot x dx = \ln|\csc x - \cot x| + C$，

(19) $\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$，$(a \neq 0)$，

(20) $\int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{x+a}{x-a}\right| + C$，$(a \neq 0)$，

(21) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \arcsin\frac{x}{a} + C$，$(a > 0)$，

(22) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm a^2}\right| + C$，$(a \neq 0)$．

常用凑微分公式

(1)、$dx = \frac{1}{a}d(ax+b)(a,b\text{为常数},\text{且}a \neq 0)$

(2)、$xdx = \frac{1}{2}d(x^2)$

(3)、$\frac{1}{x^2}dx = -d\left(\frac{1}{x}\right)$

(4)、$\frac{1}{\sqrt{x}}dx = 2d\sqrt{x}$

(5)、$\frac{1}{x}dx = d\ln x$

(6)、$e^x dx = de^x$

(7)、$\sin x dx = -d(\cos x)$

(8)、 $\cos x dx = d\sin x$

(9)、 $\sec^2 x dx = d\tan x$

(10)、 $\csc^2 x dx = -d\cot x$

(11)、 $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = d\arcsin x$

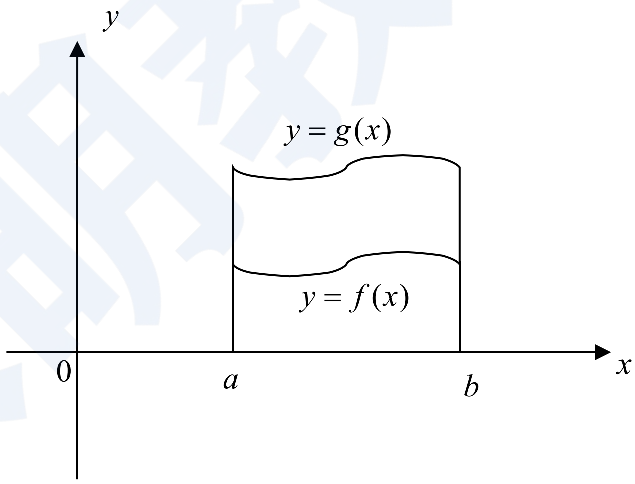
(12)、 $\frac{1}{1+x^2}dx = d\arctan x$

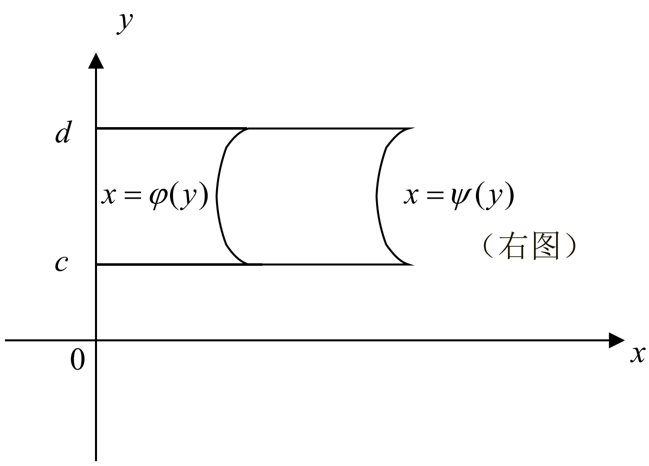
一阶线性非齐次微分方程 $\frac{dy}{dx}+P(x)y=Q(x)$ **的通解为** $y=e^{-\int P(x)dx}\left(\int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx+C\right)$

平面图形面积的计算公式

1)区域 D 由连续曲线 $y=f(x), y=g(x)$ 和直线 x=a,x=b 围成,其中 $f(x)\le g(x)(a\le x\le b)$ （右图）

D的面积 $A=\int_a^b[g(x)-f(x)]dx$





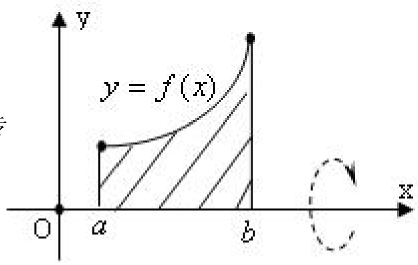
2)区域 D 由连续曲线 $x=\varphi(y), x=\psi(y)$ 和直线 x=c,x=d 围成,其中 $\varphi(y)\le\psi(y)(c\le y\le d)$ （右图）

D的面积 $A=\int_c^d[\psi(y)-\varphi(y)]dy$

平面图形绕旋转轴旋转得到的旋转体体积公式

1 、绕 x 轴的旋转体体积（右图）

$V_x=\int_a^b\pi f^2(x)dx$

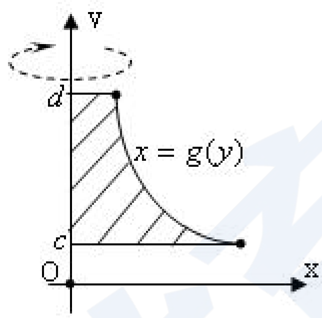


注意：此时的曲边梯形必须紧贴旋转轴.

2、绕 y 轴的旋转体体积（右图）

$$V_y=\int_c^d \pi g^2(y)dy$$

注意：此时的曲边梯形必须紧贴旋转轴.



由边际函数求总函数

$C(q)=\int_0^q f(x)dx+C_0$ （$C_0=C(0)$为固定成本） $R(q)=\int_0^q g(x)dx$

总利润函数为$L(q)=R(q)-C(q)=\int_0^q[g(x)-f(x)]dx-C_0$。

多元复合函数的导数公式

设函数 $u=\phi(x,y)$、$v=\psi(x,y)$在点(x，y)有偏导数，函数 $z=f(u,v)$在对应点(u,v)处可微，则复合函数 $z=f(\phi(x,y),\psi(x,y))$在点(x，y)的偏导数

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x},\quad \frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial z}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial y}.$$

两个特例：

$z=f(u,v)$，$u=\phi(t),v=\psi(t)$： $\dfrac{dz}{dt}=\dfrac{\partial z}{\partial u}\cdot\dfrac{du}{dt}+\dfrac{\partial u}{\partial v}\cdot\dfrac{dv}{dt}$

$z=f(u)$，$u=u(x,y)$： $\dfrac{\partial z}{\partial x}=\dfrac{dz}{du}\cdot\dfrac{\partial u}{\partial x}=f'(u)\cdot\dfrac{\partial u}{\partial x}$， $\dfrac{\partial z}{\partial y}=\dfrac{dz}{du}\cdot\dfrac{\partial u}{\partial y}=f'(u)\cdot\dfrac{\partial u}{\partial y}$.

隐函数导数公式

二元方程 $F(x,y)=0$ 所确定的隐函数：$\dfrac{dy}{dx}=-\dfrac{F'_x}{F'_y}$

三元方程 $F(x,y,z)=0$ 所确定的二元隐函数：$\dfrac{\partial z}{\partial x}=-\dfrac{F'_x}{F'_z}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}=-\dfrac{F'_y}{F'_z}$

1.确定函数定义域的主要依据：

(1)当 $f(x)$是整式时，定义域为 **R**；

(2)当 $f(x)$是分式时，定义域是使分母不等于 0 的 x 取值的集合；

(3)当 $f(x)$是偶次根式时，定义域是使被开方式取非负值的 x 取值的集合；

(4)当 $f(x)$是零指数幂或负数指数幂时，定义域是使幂的底数非零或大于 0 的 x 取值范围；

(5)当 $f(x)$是对数式时，定义域是使真数大于 0 的 x 取值的集合；

(6)正切函数的定义域是$\{x\mid x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z\}$；余切函数的定义域是$\{x|x\neq k\pi，k\in \mathbf{Z}\}$；

(7)当 $f(x)$表示实际问题中的函数关系时还应考虑在此实际问题中 x 取值的实际意义.

2.求函数值域常用的方法有<u>配方、换元、不等式、判别式、图像法</u>等等.