座号：______ 考生号：______ 姓名：______

密 封 线

试卷类型：公共课

湖南专升本全真模拟试卷

高等数学（一）

本试卷分为第 I 卷和第 II 卷两部分，共 8 页。满分 100 分，考试时间 120 分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项:

1．答题前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、考生号、座号填写到试卷规定的位置上，并将姓名、考生号、座号填（涂）在答题卡规定的位置。

2．第 I 卷每小题选出答案后，用 2B 笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，答在本试卷上无效。

3．第 II 卷答题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸修正带。不按以上要求作答的答案无效。

第 I 卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

1．

【答案】B

【解析】由 $\sqrt{16-x^2}$ 知 $16-x^2\ge 0,-4\le x\le 4$，由 $\arcsin\frac{2x-1}{7}$ 知 $-1\le\frac{2x-1}{7}\le 1,-3\le x\le 4$，综上函数定义域为$[-3,4]$，故选 B．

2．

【答案】D

【解析】由函数相等的定义知 D 正确．

3．

【答案】C

【解析】设函数 $f(x)=1+3^x$ 的反函数为 $g(x)$，即 $g(x)$ 的定义域为 $f(x)$ 的值域，所以 $1+3^x=10\Rightarrow x=2$，$g(10)=2$，所以选 C．

4．

【答案】A

【解析】由 $y=x,y=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ 都为奇函数，又奇函数乘以奇函数为偶函数，所以本题为偶函数，故选 A．

5．

【答案】D

【解析】当 $x\to 0$ 时，$\lg|x|\to-\infty$，因此是无穷大；当 $x\to 0$ 时，$\frac{1}{x}\to\infty$，$\sin\frac{1}{x}$ 极限不存在；当 $x\to 0$ 时，$\cot x\to\infty$；当 $x\to 0$ 时，$\sqrt{1+x}-1\to 0$，故选 D．

6．

【答案】C

【解析】选项 A，$\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{e^x-1}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}=\infty$，极限不存在；选项 B，$\lim\limits_{x\to 0}\sin\frac{1}{x}$ 极限不存在；选项 C，$\lim\limits_{x\to 0}x\sin\frac{1}{x}=0$（无穷小×有界=无穷小）；选项 D，跳跃间断点，左极限不等于右极限，极限不存在．故选 C．

7．

【答案】A

【解析】变量是 x，则 $\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot\sin\frac{1}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}x\cdot\frac{1}{x}=1$．

8．

【答案】D

【解析】$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3+2x-4x^2}{3x^2-5x+4}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\frac{3}{x^2}+\frac{2}{x}-4}{3-\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}}=-\frac{4}{3}$．

9．

【答案】A

【解析】因为函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续，且

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}(a+\ln x)=a=f(1)$， $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}(2ax-1)=2a-1$，所以 $2a-1=a$，故 $a=1$．

10．

【答案】A

【解析】因为函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处有定义，且 $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}(1-x)=0, \lim\limits_{x\to1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}\cos\dfrac{\pi}{2}x=0$，

故 $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=f(0)$ 所以 $x=1$ 是函数的连续点．

第 II 卷

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。请把正确答案填在横线上）

11．

【答案】$[-5,9)$

【解析】由题意可知，$f(3-2x)$ 的定义域为 $(-3,4]$，即 $-3<x\le4$，所以 $-5\le3-2x<9$，即 $f(x)$ 的定义域为 $[-5,9)$．

12．

【答案】$\dfrac{x}{3x-2}$

【解析】由 $y=\dfrac{2x}{3x-1}$，解得 $x=\dfrac{y}{3y-2}$，故反函数为 $f^{-1}(x)=\dfrac{x}{3x-2}$．

13．

【答案】$x(x-1)$

【解析】令 $\dfrac{x+1}{x}=u$，解得 $x=\dfrac{1}{u-1}$，代入原式变为 $f(u)=u(u-1)$，即 $f(x)=x(x-1)$．

14．

【答案】y 轴

【解析】$f(-x)=\ln\sin\left[\cos^2(-x)\right]=\ln\sin(\cos^2 x)=f(x)$，所以函数是偶函数，图像关于 y 轴对称．

15．

【答案】2

【解析】等价无穷小量比值为 1，所以 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arctan kx^2}{x^3+2x^2}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{kx^2}{x^3+2x^2}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{k}{x+2}=1$，故 $k=2$．

16．

【答案】e^{-4}

【解析】$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-2}{x+2}\right)^x=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{-4}{x+2}\right)^{\frac{x+2}{-4}\cdot\frac{-4}{x+2}\cdot x}=e^{-4}$．

17．

【答案】2

【解析】若 $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-3x+k}{x-2}$ 存在，则必有 $\lim\limits_{x\to2}(x^2-3x+k)=0$，解得即 $k=2$．

18．

【答案】-8

【解析】$\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^4+2x^2-3}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x^2+3)(x+1)(x-1)}{(x-2)(x-1)}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(x^2+3)(x+1)}{(x-2)}=-8$．

19．

【答案】可去

【解析】$\lim\limits_{x\to0} f(x)=\lim\limits_{x\to0}(2-x)=2$，$f(0)=1$，故 $x=0$ 是 $f(x)$ 的可去间断点．

20．

【答案】1

【解析】由函数连续性的概念，可知 $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=f(1)$，又

$\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to1^+}[a(x-2)^3+3]=3-a$，$f(1)=1+a$，故 $a=1$．

三、计算题（本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分）

21.

【答案】0

【解析】$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+c}{x-c}\right)^{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{2c}{x-c}\right)^{\frac{x-c}{2c}\cdot\frac{2cx}{x-c}}=e^{2c}$，

$\lim\limits_{x\to0}\frac{2\sin x-\sin 2x}{x^{3}\cos x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{2\sin x(1-\cos x)}{x^{3}}=\lim\limits_{x\to0}\frac{2x\cdot\frac{1}{2}x^{2}}{x^{3}}=1$，故 $e^{2c}=1$，所以 $c=0$.

22.

【答案】$\frac{1}{2}$

【解析】$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x^{2}}-1}{x\sin x}=\lim\limits_{x\to0}\frac{(\sqrt{1+x^{2}}-1)(\sqrt{1+x^{2}}+1)}{x^{2}(\sqrt{1+x^{2}}+1)}=\lim\limits_{x\to0}\frac{x^{2}}{x^{2}(\sqrt{1+x^{2}}+1)}=\lim\limits_{x\to0}\frac{1}{\sqrt{1+x^{2}}+1}=\frac{1}{2}$.

23.

【答案】$a=b=1$

【解析】函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，则 $\lim\limits_{x\to0^{-}}f(x)=\lim\limits_{x\to0^{+}}f(x)=f(0)$，而 $\lim\limits_{x\to0^{-}}f(x)=\lim\limits_{x\to0^{-}}\frac{x+a}{x^{2}+1}=a$，

$\lim\limits_{x\to0^{+}}f(x)=\lim\limits_{x\to0^{+}}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{x}=e^{\lim\limits_{x\to0^{+}}x\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)}=e^{\lim\limits_{x\to0^{+}}\frac{\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)}{\frac{1}{x}}}=e^{\lim\limits_{x\to0^{+}}\frac{2x}{x+2}}=e^{0}=1$， $f(0)=b$， 故 $a=b=1$.

四、证明题（本大题共 2 小题，每小题 6 分，共 12 分）

24.

【证明】令 $f(x)=x^{3}+x^{2}+3x+1$，显然函数 $f(x)$ 在 $[-1,0]$ 上连续，又因为 $f(-1)=-2<0$，$f(0)=1>0$，故由零点定理可知，至少存在一点 $\xi\in(-1,0)$，使得 $f(\xi)=0$，即方程 $x^{3}+x^{2}+3x=-1$ 至少有一个大于 -1 的负根.

25.

【证明】令 $F(x)=f(x)-x$，因为 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，所以 $F(x)=f(x)-x$ 在 $[a,b]$ 上也连续，又因为 $F(a)=f(a)-a>0$，$F(b)=f(b)-b<0$，故由零点定理可得，至少存在一点 $\xi\in(a,b)$，使得 $F(\xi)=0$，即 $f(\xi)=\xi$.