



试卷类型：公共课

湖南普通高等教育专升本统一考试

高等数学试题（三）

本试卷分为第 I 卷和第 II 卷两部分，共 6 页。满分 100 分，考试时间 120 分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1. 答题前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、考生号、座号填写到试卷规定的位置上，并将姓名、考生号、座号填（涂）在答题卡规定的位置。
2. 第 I 卷每小题选出答案后，用 2B 笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号，答在本试卷上无效。
3. 第 II 卷答题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸修正带。不按以上要求作答的答案无效。

第 I 卷

一、单项选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 已知函数 $f(x) = x$ ，则 $f\left[f\left(\frac{1}{x}\right)\right] = (\quad)$
 A. x B. x^2 C. $\frac{1}{x}$ D. $\frac{1}{x^2}$
2. 已知函数 $f(x) = x^8 - x^4$ ，则 $f(x)$ 是 (\quad)
 A. 奇函数 B. 偶函数

- C. 非奇非偶函数 D. 无法判断
3. 已知函数 $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ ，则 $f(x)$ 的定义域是 (\quad)
 A. $(0, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, 0]$
4. 已知极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(mx)}{x} = 2$ ，则可确定 m 的值是 (\quad)
 A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. 0
5. 当 $x \rightarrow 0$ 时，若 $2a - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2$ ，则可确定 a 的值一定是 (\quad)
 A. 0 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$
6. 下列极限存在的是 (\quad)
 A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+1}{x^2}$ B. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2^x - 1}$
 C. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$ D. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{x^2+2}{x}}$
7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} a \sin x, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ ，在 $x=0$ 处，下列结论正确的是 (\quad)
 A. $a=1$ 时， $f(x)$ 必然连续 B. $a=0$ 时， $f(x)$ 必然连续
 C. $a=1$ 时， $f(x)$ 不连续 D. $a=-1$ 时， $f(x)$ 必然连续
8. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\sin^3 x}$ 的值是 (\quad)
 A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. 0 D. ∞
9. 已知函数 $f(x) = (x-a)g(x)$ ，其中 $g(x)$ 在点 $x=a$ 处可导，则 $f'(a) = (\quad)$
 A. 0 B. $g'(a)$ C. $g(a)$ D. $f(a)$
10. 已知函数 $f(x) = |x|$ ，则该函数 $f(x)$ 在点 $x=0$ 处 (\quad)

姓名：_____ 考生号：_____ 座号：_____

线 封 密

- A. 连续且可导 B. 不连续
C. 连续但不可导 D. 左右导数均不存在

第 II 卷

二、填空题（本大题共 5 小题，每空 4 分，共 20 分）

11. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{3n^2+1} \sin \sqrt{n^2+1} =$ _____.
12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \neq 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}$, 则点 $x=1$ 是 $f(x)$ 的 _____ 间断点.
13. 不定积分 $\int \cos(3x+2)dx =$ _____.
14. 定积分 $\int_0^\pi \sin \frac{x}{2} dx =$ _____.
15. 已知函数 $z = \ln(x^2 + y^2)$, 则全微分 $dz|_{(1,1)} =$ _____.

三、计算题（本大题共 5 小题，每题 10 分，共 50 分）

16. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$.

17. 已知函数 $f(x)$ 为可导函数, 且 $f(x) \neq 0$, 求函数 $y = \sqrt{f(x)}$ 的导数.

18. 计算不定积分 $\int \frac{xdx}{x^2+1}$.

19. 计算定积分 $\int_0^1 \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} d\sqrt{x}$.

20. 计算由曲线 $x=0$, $y=e^x$, $y=e$ 所围成的平面图形的面积.